

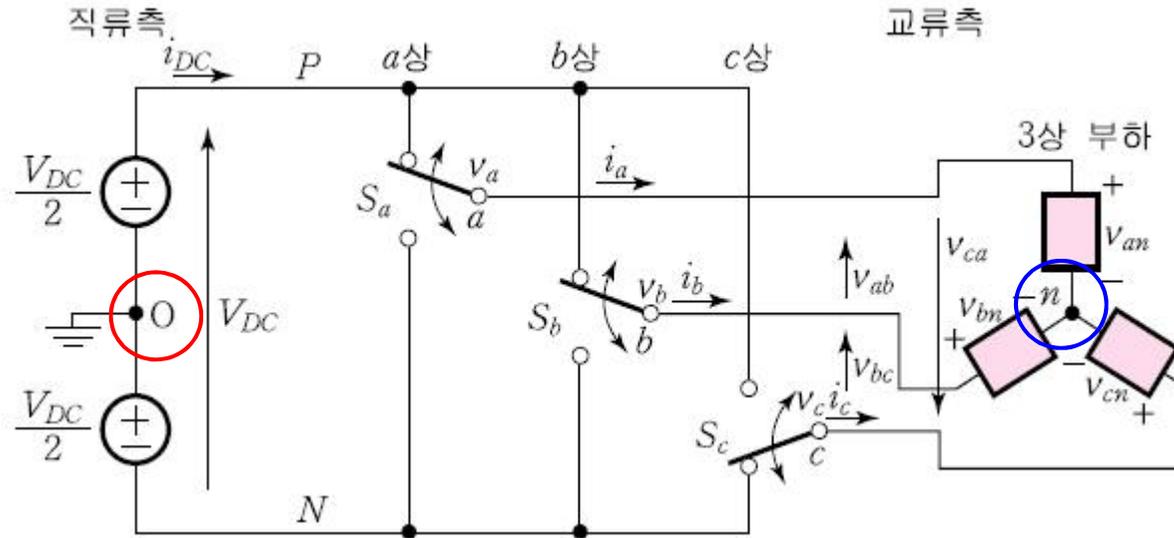
---

## 6. PWM 인버터

### 6-5. 3상 인버터

# 3상 인버터

▪ 기능 및 동작원리 :



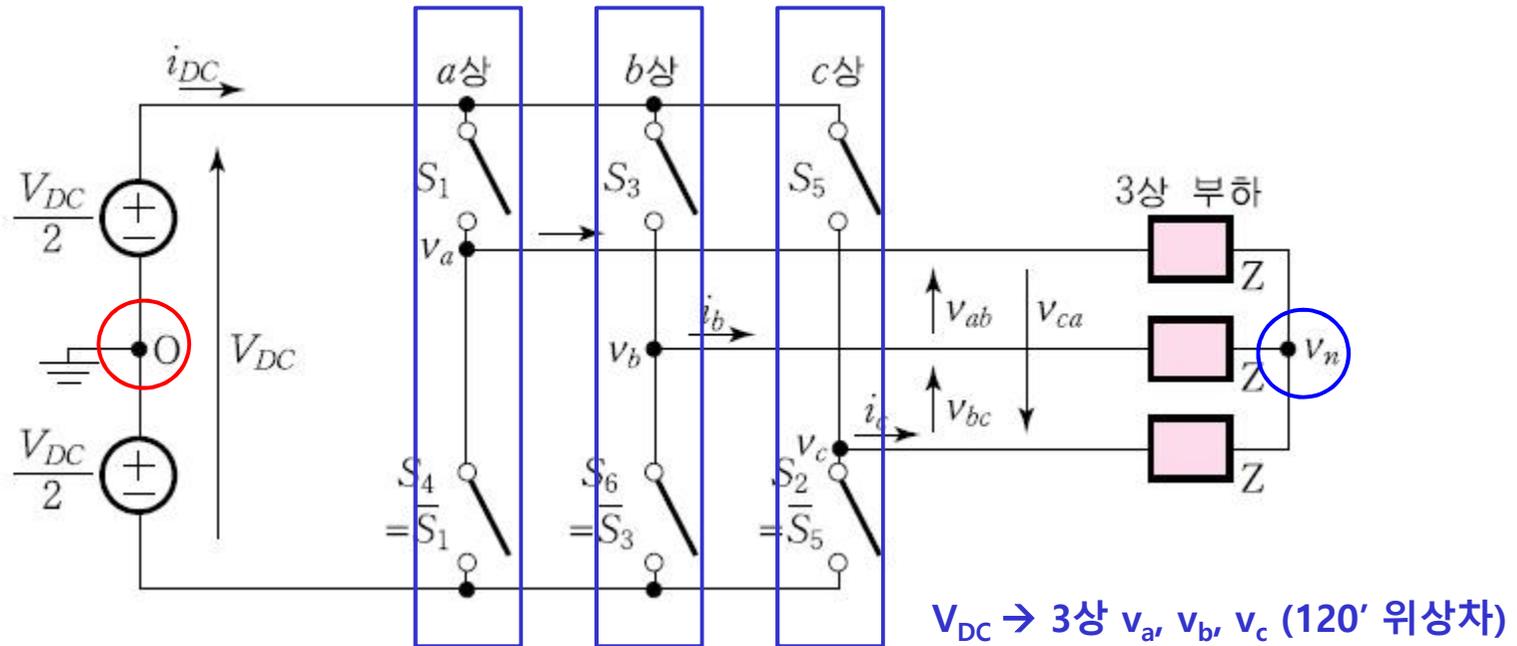
$$\text{(출력상전압} = v_a, v_b, v_c) \in \left\{ \frac{V_{DC}}{2}, -\frac{V_{DC}}{2} \right\}$$

$$\text{(출력선간전압} = v_{ab}, v_{bc}, v_{ca}) \in \{ V_{DC}, 0, -V_{DC} \}$$

$$\text{(부하상전압} = v_{an}, v_{bn}, v_{cn}) \in \left\{ \frac{2}{3}V_{DC}, \frac{1}{3}V_{DC}, 0, -\frac{1}{3}V_{DC}, -\frac{2}{3}V_{DC} \right\}$$

# 3상 인버터

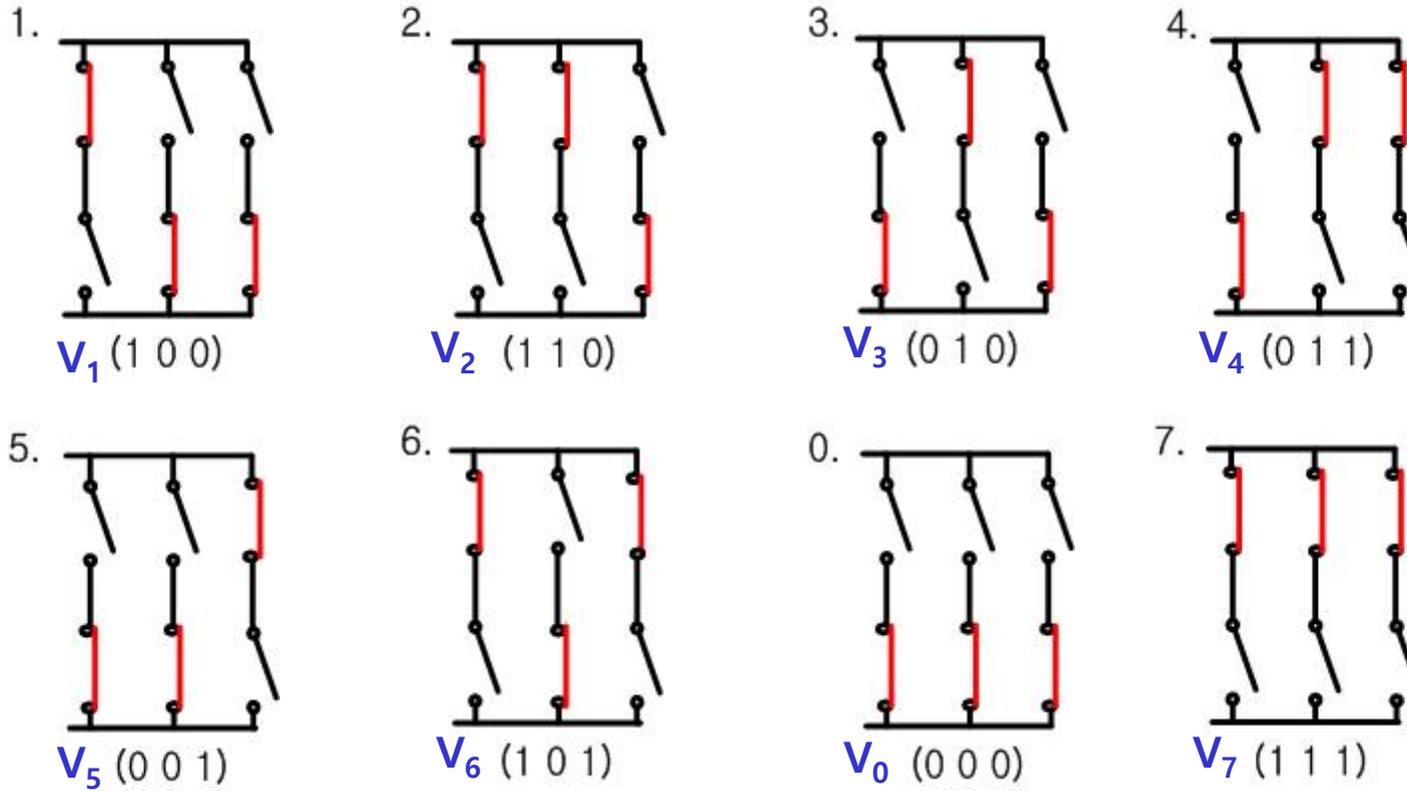
- 6개의 스위치로 구성된 3상 인버터



$S_1$ - $S_4$ ,  $S_3$ - $S_6$ ,  $S_5$ - $S_2$ 는 서로 complementary switching (서로 반대임)

# 3상 인버터의 스위칭 상태

- 가능한 출력 상전압 (8개)

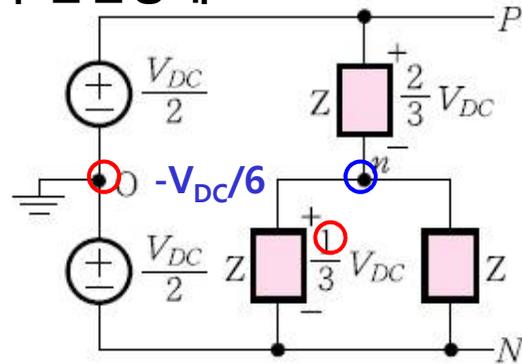


(a) Vector 1, 3, 5 (b) vector 2, 4, 6 (c) vector 7 (d) vector 0

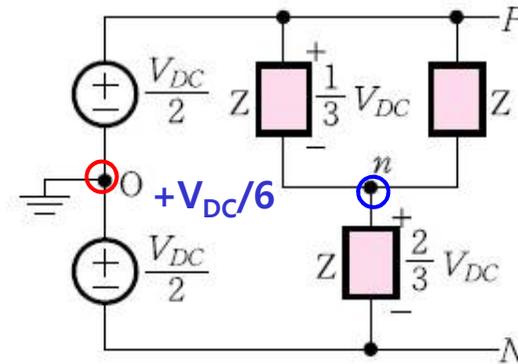
active vector : 1, 2, 3, 4, 5, 6 : zero vector (영벡터) : 0, 7

# 부하상전압

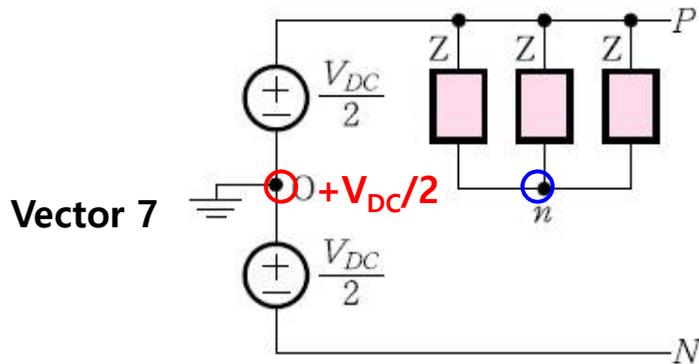
## 3상 부하의 연결상태



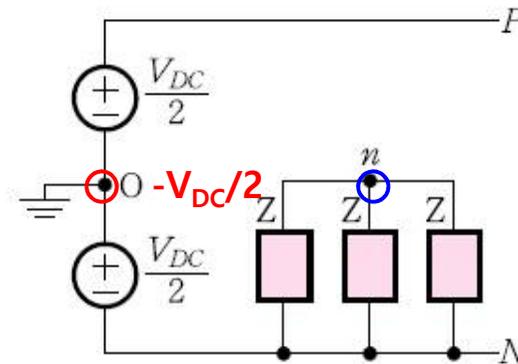
Vector 1, 3, 5



vector 2, 4, 6



Vector 7



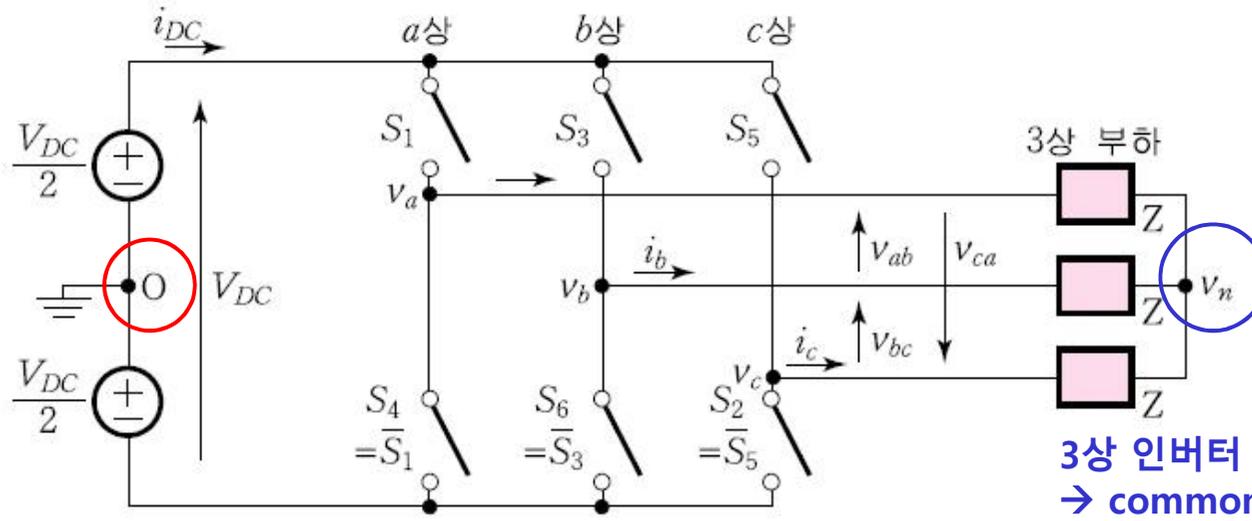
Vector 0

✓ o점을 기준으로 한 n점의 전위 ( $v_{no}$ ) 는 3상 부하의 연결상태에 따라  $-V_{DC}/6$ ,  $+V_{DC}/6$ ,  $+V_{DC}/2$ ,  $-V_{DC}/2$  가운데 하나가 된다.

## 3상 인버터의 스위칭 상태

	출력상전압			출력선간전압			부하상전압		
	$v_a$	$v_b$	$v_c$	$v_{ab}$	$v_{bc}$	$v_{ca}$	$v_{an}$	$v_{bn}$	$v_{cn}$
$V_0$	-	-	-	0	0	0	0	0	0
$V_1$	+	-	-	++	0	--	++	-	-
$V_2$	+	+	-	0	++	--	+	+	--
$V_3$	-	+	-	--	++	0	-	++	-
$V_4$	-	+	+	--	0	++	--	+	+
$V_5$	-	-	+	0	--	++	-	-	++
$V_6$	+	-	+	++	--	0	+	--	+
$V_7$	+	+	+	0	0	0	0	0	0
	$(+) = V_{DC}/2$ $(-) = -V_{DC}/2$			$(++) = V_{DC}$ $(--) = -V_{DC}$ $(0) = 0$			$(++) = 2V_{DC}/3$ $(--) = -2V_{DC}/3$ $(+) = V_{DC}/3$ $(-) = -V_{DC}/3$ $(0) = 0$		

# 입출력 특성: 출력전압



3상 인버터 경우에  $v_{no}$ 가 발생  
→ common mode voltage

3상 부하는 balance 부하 →  $i_a + i_b + i_c = 0$

$$\begin{aligned}
 v_a &= Zi_a + v_n = v_{an} + v_n \\
 v_b &= Zi_b + v_n = v_{bn} + v_n \\
 + \quad & \\
 v_c &= Zi_c + v_n = v_{cn} + v_n \\
 \hline
 v_a + v_b + v_c &= Z(i_a + i_b + i_c) + 3v_n
 \end{aligned}$$

$$v_n = \frac{v_a + v_b + v_c}{3} \quad v_a, v_b, v_c \in \left\{ \frac{V_{DC}}{2}, -\frac{V_{DC}}{2} \right\}$$

$$v_{an} = v_a - v_n = v_a - \frac{v_a + v_b + v_c}{3} = \frac{2}{3}v_a - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_c$$

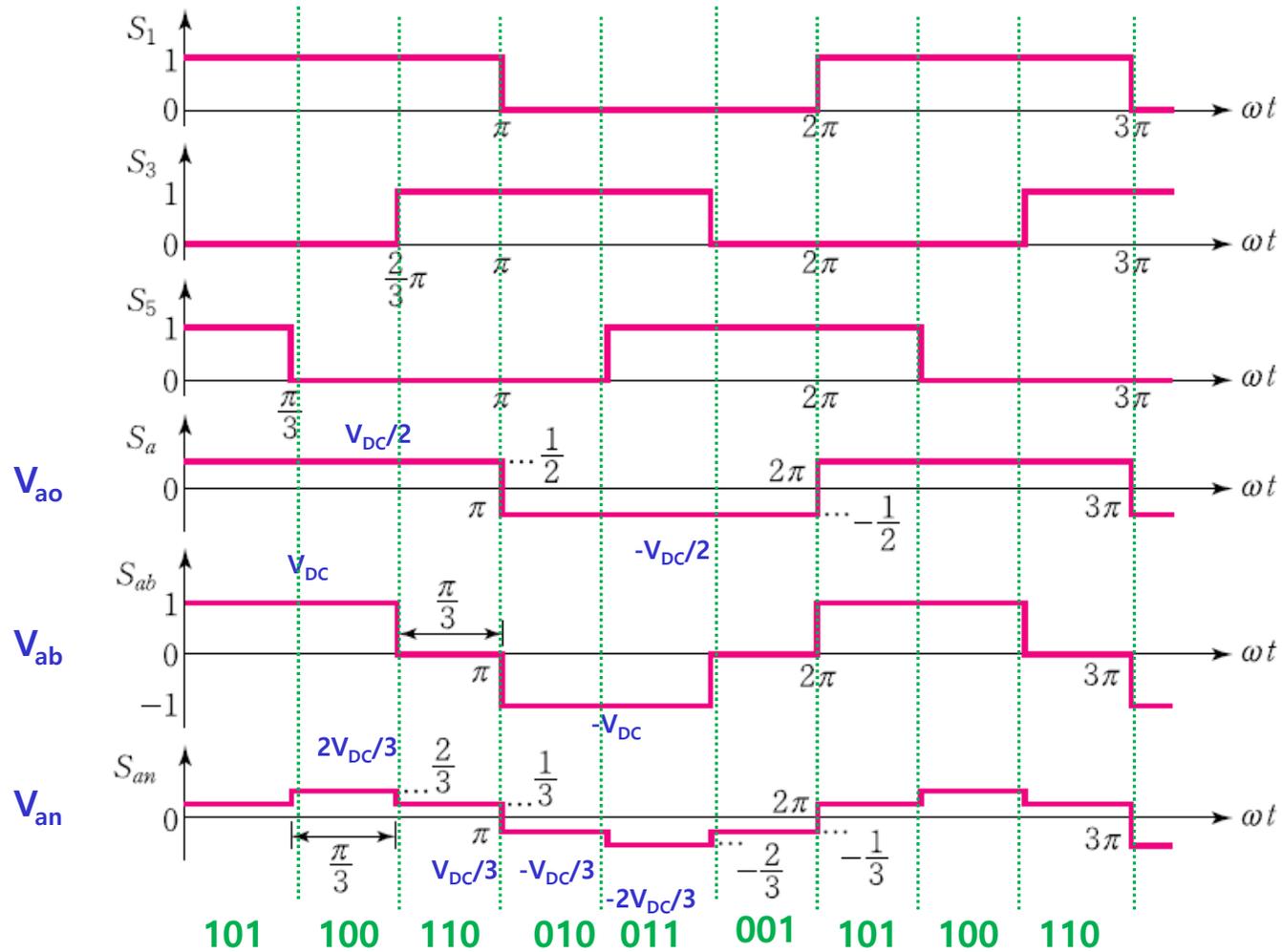
$$v_{bn} = v_b - v_n = v_b - \frac{v_a + v_b + v_c}{3} = \frac{2}{3}v_b - \frac{1}{3}v_a - \frac{1}{3}v_c$$

$$v_{cn} = v_c - v_n = v_c - \frac{v_a + v_b + v_c}{3} = \frac{2}{3}v_c - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_a$$

$$v_{an}, v_{bn}, v_{cn} \in \left\{ \frac{2}{3}V_{DC}, \frac{1}{3}V_{DC}, 0, -\frac{1}{3}V_{DC}, -\frac{2}{3}V_{DC} \right\}$$

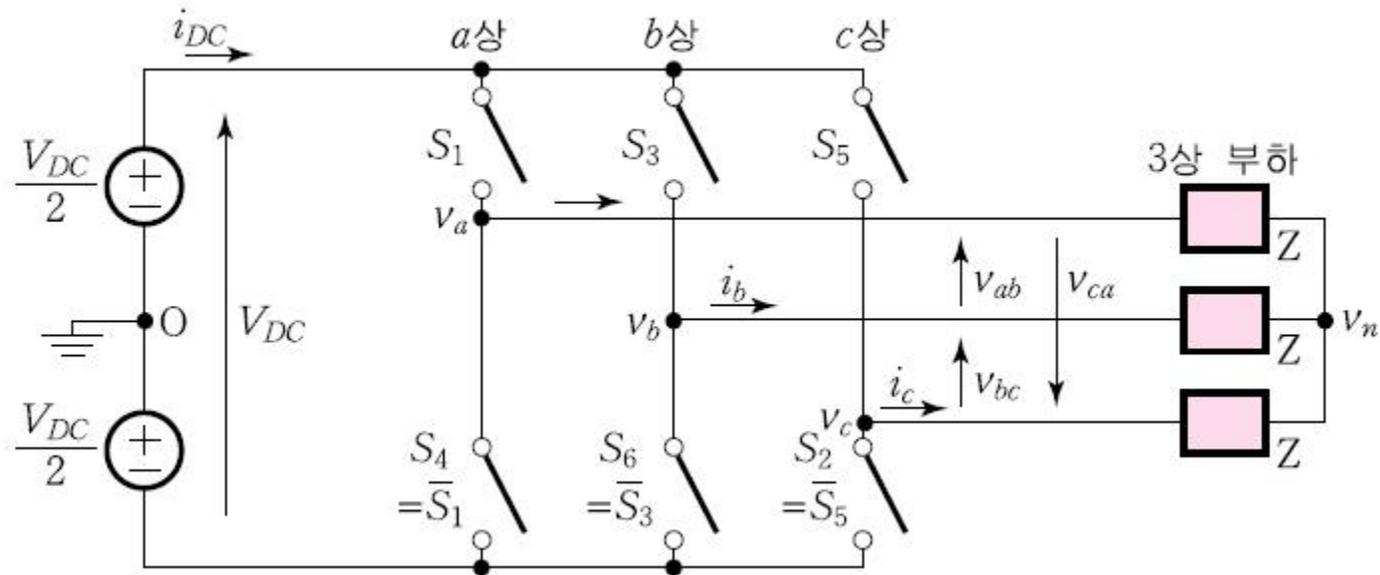
# 입출력 특성: 출력전압

- 3상 인버터의 스위칭함수:



# 입출력 특성: 입력전류

- 입력전류 :  $i_{DC} = S_1 i_a + S_3 i_b + S_5 i_c$



$$i_{DC} = S_1 i_a + S_3 i_b + S_5 i_c - \frac{1}{2} (i_a + i_b + i_c) = S_a i_a + S_b i_b + S_c i_c$$

## 3상 인버터의 이상적인 동작

- 이상적인 출력 상전압과 부하전류 :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \sqrt{2} V_o \begin{bmatrix} \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \sin(\omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{2} I_o \begin{bmatrix} \sin(\omega t - \phi) \\ \sin(\omega t - 2\pi/3 - \phi) \\ \sin(\omega t + 2\pi/3 - \phi) \end{bmatrix}$$

- 출력전력 :  $p_o = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = 3V_o I_o \cos \phi = \text{일정}$

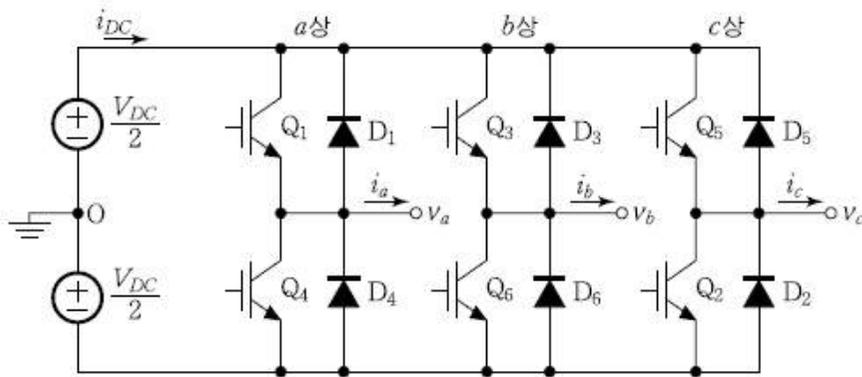
- 입력전력:  $p_i = V_{DC} i_{DC} = p_o$  **이므로**

- 직류측 입력전류 :  $i_{DC} = \frac{p_o}{V_{DC}} = \frac{3V_o I_o}{V_{DC}} \cos \phi = \text{일정}$

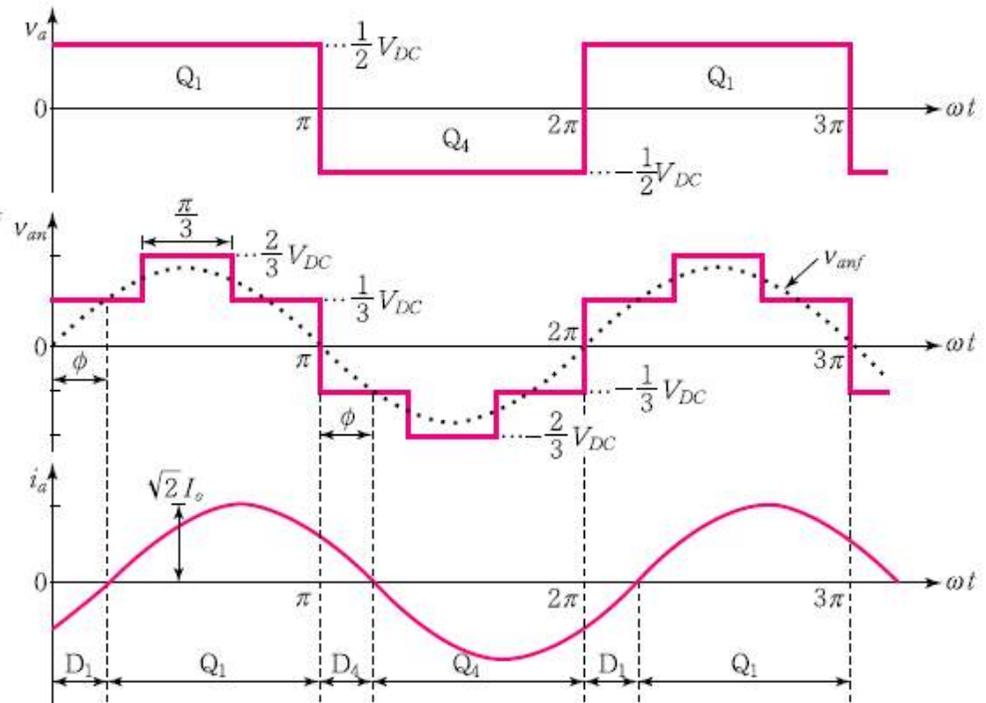
- ✓ 3상 인버터의 출력파형이 정현파인 이상적인 경우 직류측 입력전류는 순시적으로 **항상 일정한** 값이 된다.
- ✓ 단상 풀브리지 인버터에서는 출력파형이 정현파인 이상적인 경우 직류측 입력전류에 기본주파수의 **2배 주파수의** 교류성분이 포함되어 있다.

# 3상 인버터의 회로구성

- 회로구성



- 동작파형 :



✓ 부하의 역률은 출력의 한주기 가운데 각 폴의 다이오드가 도통하는 구간의 크기를 결정한다.

# 스위치 및 다이오드의 전류의 실효값

- 일반적인 경우 :  $Q_1$ - $D_1$ 은 반주기동안 양의 전류를  $Q_4$ - $D_4$ 는 음의 전류가 흐른다.

$$I_{rms}(Q_1) = I_{rms}(Q_4) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\phi}^{\pi} i_a^2 d(\omega t)} \quad \rightarrow \quad I_{rms}^2(Q_1) + I_{rms}^2(D_1) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} i_a^2 d(\omega t)$$

$$I_{rms}(D_1) = I_{rms}(D_4) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\phi} i_a^2 d(\omega t)}$$

- 부하전류가 정현파인 경우 :

$$I_{rms}(Q_1) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\phi}^{\pi} [\sqrt{2}I_o \sin(\omega t - \phi)]^2 d(\omega t)} = I_o \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left\{ (\pi - \phi) - \frac{1}{2} \sin[2(\pi - \phi)] \right\}}$$

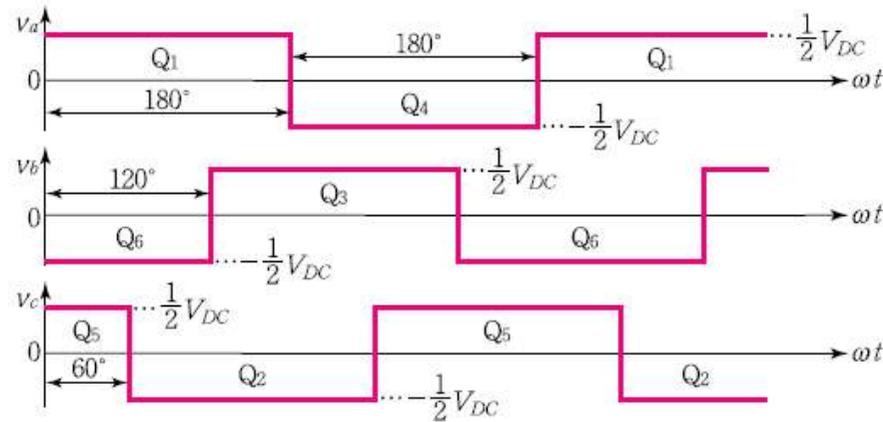
$$I_{rms}(D_1) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\phi} [\sqrt{2}I_o \sin(\omega t - \phi)]^2 d(\omega t)} = I_o \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[ \phi - \frac{1}{2} \sin(2\phi) \right]}$$

$$I_{rms}^2(Q_1) + I_{rms}^2(D_1) = I_o^2 / 2$$

✓ 스위치와 다이오드의 전류의 실효값은 부하의 역률에 따라 정해진다.

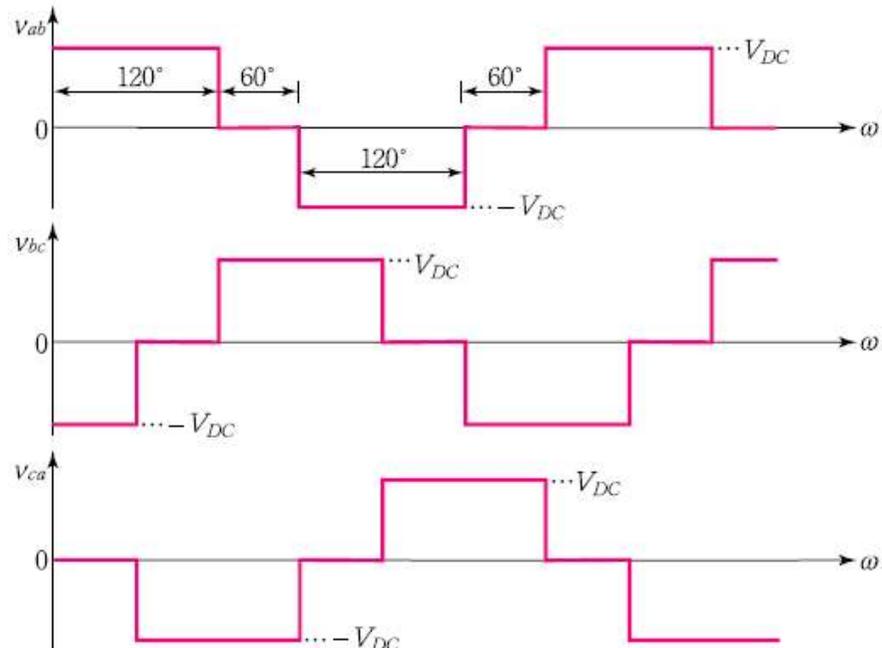
# 출력전압의 제어: 6-스텝 제어

## 출력상전압 :



각 폴의 상단, 하단 스위치는  
180° complementary  
switching  
각 폴은 120° 위상차

## 출력선간전압 :



$v_{ab}$ 는  $v_a$ 를 30° lead한다.

$$v_{ab} = v_a - v_b$$

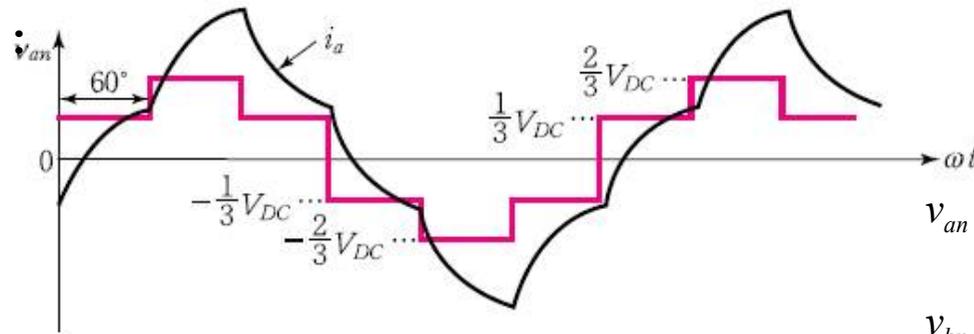
$$v_{bc} = v_b - v_c$$

$$v_{ca} = v_c - v_a$$

# 출력전압의 제어: 6-스텝 제어

## 부하상전압과 상전류

- $v_{an}$ 은 60° 구간씩 6 차례 단계로 변한다.
- 6 STEP 제어
- $v_a$ 와  $v_{an}$ 은 동상 (in phase)



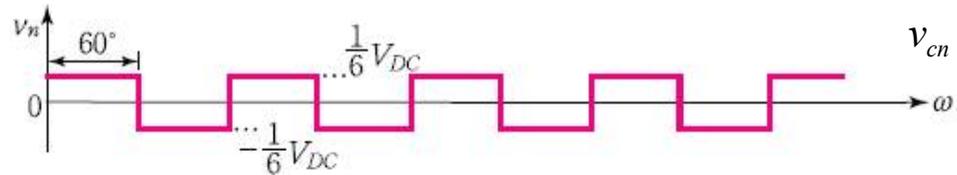
$$v_{an} = \frac{2}{3}v_a - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_c$$

$$v_{bn} = \frac{2}{3}v_b - \frac{1}{3}v_a - \frac{1}{3}v_c$$

$$v_{cn} = \frac{2}{3}v_c - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_a$$

## 부하중성점의 전압

- $v_{DC}/6$ 의 구형파
- 출력주파수의 3배



$$v_n = \frac{v_a + v_b + v_c}{3} \neq 0$$

## 제어특성:

- 기본파의 크기-제어불가
- 기본파의 주파수-제어가능
- 고조파 성분-제어불가

✓ 6-스텝 제어는 3상 인버터로 얻을 수 있는 최대전압을 출력으로 발생한다.

# 출력파형의 주파수 해석

■ 출력상전압 :

$$v_a = \frac{2V_{DC}}{\pi} \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\omega t = \frac{2V_{DC}}{\pi} \left[ \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t \dots \right]$$

• 3차 고조파 존재

$$v_b = \frac{2V_{DC}}{\pi} \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$v_c = \frac{2V_{DC}}{\pi} \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$

■ 출력선간전압 :

$$v_{ab} = v_a - v_b = \frac{4V_{DC}}{\pi} \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{6} \sin n\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$v_{bc} = v_b - v_c = \frac{4V_{DC}}{\pi} \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{6} \sin n\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$v_{ca} = v_c - v_a = \frac{4V_{DC}}{\pi} \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{6} \sin n\left(\omega t + \frac{5}{6}\pi\right)$$

✓ 출력선간전압 :  $n= 3, 9 \dots$  에서 0 ( $\cos(\pi/2) = 0$ )

## 출력파형의 주파수 해석

▪ 출력선간전압 :

$$v_{ab} = \sqrt{3} \frac{2V_{DC}}{\pi} \left[ \sin(\omega t + 30^\circ) - \frac{1}{5} \sin 5(\omega t + 30^\circ) - \frac{1}{7} \sin 7(\omega t + 30^\circ) \right. \\ \left. + \frac{1}{11} \sin 11(\omega t + 30^\circ) + \frac{1}{13} \sin 13(\omega t + 30^\circ) - \dots \right]$$

$$v_{bc} = \sqrt{3} \frac{2V_{DC}}{\pi} \left[ \sin(\omega t - 90^\circ) - \frac{1}{5} \sin 5(\omega t - 90^\circ) - \frac{1}{7} \sin 7(\omega t - 90^\circ) \right. \\ \left. + \frac{1}{11} \sin 11(\omega t - 90^\circ) + \frac{1}{13} \sin 13(\omega t - 90^\circ) - \dots \right]$$

$$v_{ca} = \sqrt{3} \frac{2V_{DC}}{\pi} \left[ \sin(\omega t + 150^\circ) - \frac{1}{5} \sin 5(\omega t + 150^\circ) - \frac{1}{7} \sin 7(\omega t + 150^\circ) \right. \\ \left. + \frac{1}{11} \sin 11(\omega t + 150^\circ) + \frac{1}{13} \sin 13(\omega t + 150^\circ) - \dots \right]$$

- 출력선간전압은  $6k \pm 1$  ( $k$ =정수) 차수의 고조파 성분만을 포함한다.

# 출력파형의 주파수 해석

- 부하상전압 :

$$v_{an} = \frac{1}{\sqrt{3}} v_{ab}(\omega t - 30^\circ) \quad v_{bn} = v_{an}(\omega t - 120^\circ) \quad v_{cn} = v_{an}(\omega t + 120^\circ)$$

$$v_{an} = \frac{2V_{DC}}{\pi} \left[ \sin(\omega t) - \frac{1}{5} \sin 5\omega t - \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right]$$

$$v_{bn} = \frac{2V_{DC}}{\pi} \left[ \sin(\omega t - 120^\circ) - \frac{1}{5} \sin 5(\omega t - 120^\circ) - \frac{1}{7} \sin 7(\omega t - 120^\circ) + \dots \right]$$

$$v_{cn} = \frac{2V_{DC}}{\pi} \left[ \sin(\omega t + 120^\circ) - \frac{1}{5} \sin 5(\omega t + 120^\circ) - \frac{1}{7} \sin 7(\omega t + 120^\circ) + \dots \right]$$

- 부하중성점의 전위 :

$$v_n = \frac{4}{\pi} \cdot \left( \frac{V_{DC}}{6} \right) \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin 3n\omega t$$

# 출력파형의 실효값

## ■ 출력파형의 실효값

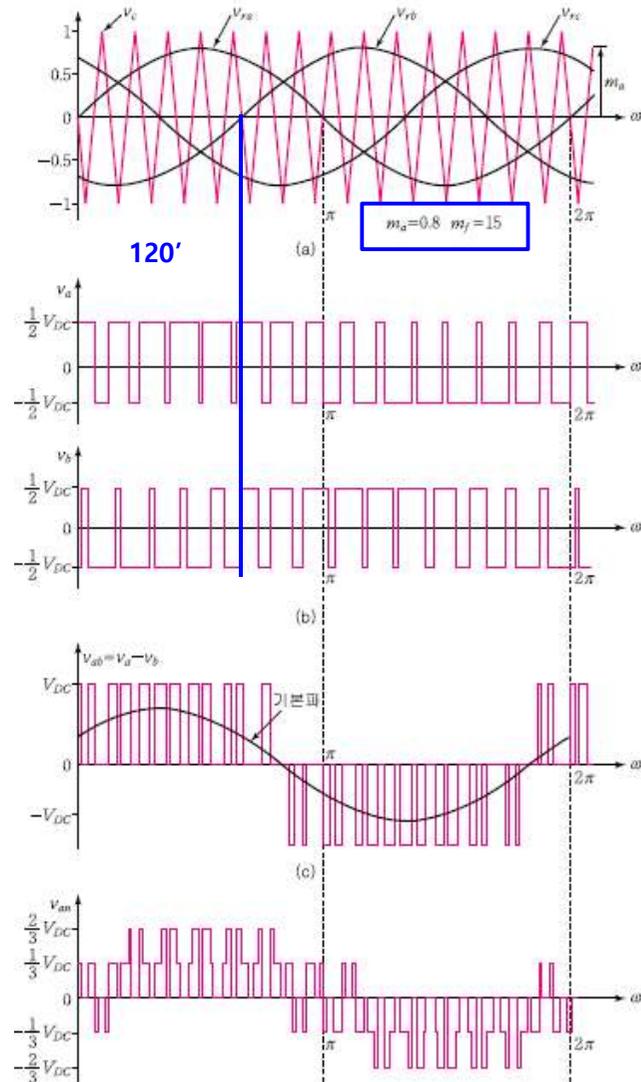
- 출력상전압: 
$$V_{PO} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{V_{DC}}{2} \right)^2 d(\omega t)} = \frac{V_{DC}}{2} = 0.5 V_{DC}$$
- 출력선간전압: 
$$V_{LL} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi/3} V_{DC}^2 d(\omega t)} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{DC} = 0.82 V_{DC}$$
- 부하상전압: 
$$V_{PN} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} v_{an}^2 d(\omega t)} = \frac{\sqrt{2} V_{DC}}{3} = 0.47 V_{DC}$$

## ■ 출력파형 기본파의 실효값

- 출력상전압: 
$$V_{PO(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2V_{DC}}{\pi} = \frac{\sqrt{2} V_{DC}}{\pi} = V_{PN(1)}$$
- 출력선간전압: 
$$V_{LL(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} \frac{2V_{DC}}{\pi} = \frac{\sqrt{6} V_{DC}}{\pi}$$

# 출력전압의 제어: 정현파 PWM 제어

## ■ 동작원리



$$v_{ra} = m_a \sin \omega t$$

$$v_{rb} = m_a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{rc} = m_a \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$m_f$ : a multiple of 3 (odd)

$$m_a = \frac{\text{기준파의 진폭}}{\text{반송파의 진폭}}$$

$$m_f = \frac{\text{반송파의 주파수}}{\text{기준파의 주파수}} = \frac{f_c}{f}$$

# 정현파 PWM 제어: 기본파 성분

## ▪ 선형변조시 기본파의 실효값

• 출력상전압:  $V_{PO(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{V_{DC}}{2} m_a$

• 출력선간전압:  $V_{LL(1)} = \sqrt{3} V_{PO(1)} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} V_{DC} m_a$

$$V_{LL(1),\max} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} V_{DC} = 0.612 V_{DC}$$

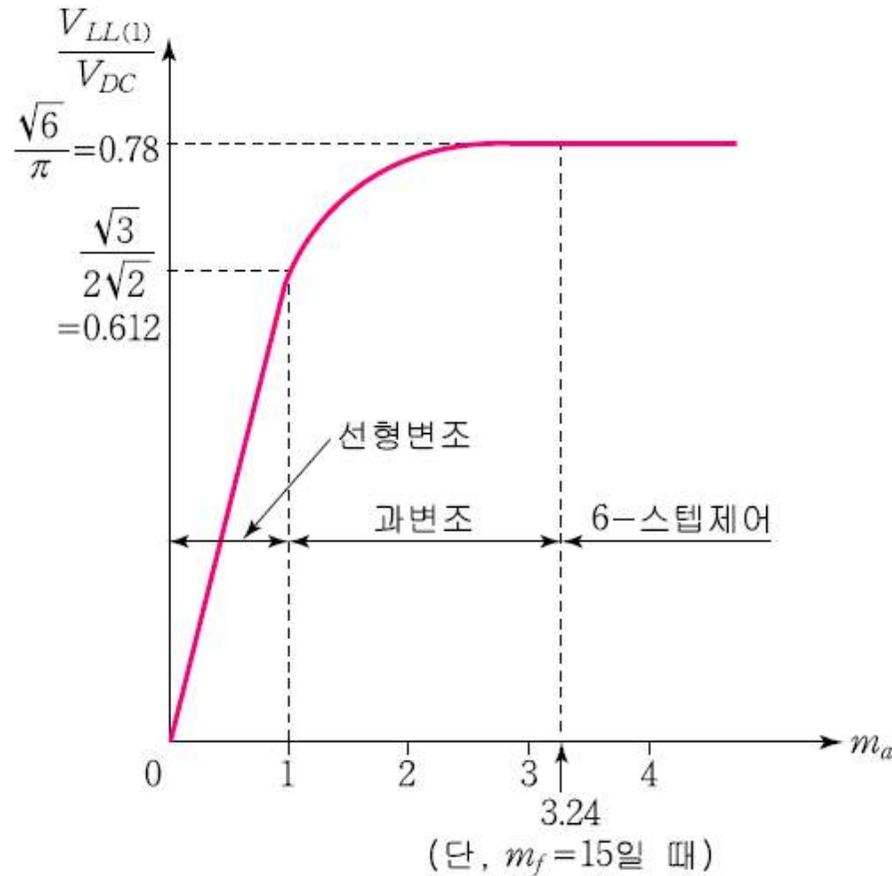
• 부하상전압:  $V_{PN(1)} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{LL(1)} = V_{PO(1)}$

✓  $V_{LL(1),\max}$  는 6-스텝 제어될 때 얻는 출력선간전압 실효값의 78.6%에 지나지 않는다.

• 6-스텝 출력선간전압:  $V_{LL(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} \frac{2V_{DC}}{\pi} = \frac{\sqrt{6} V_{DC}}{\pi}$

# 정현파 PWM 제어:기본파 성분

- 3상 인버터의 동작영역과 출력 선간전압의 실효값



# 정현파 PWM 제어: 고조파 성분

## ▪ 주파수 변조지수 $m_f$ 의 결정

• 임의의 상의 출력상전압에 포함된 고조파성분의 차수  $h$ 는  $h = Mm_f \pm N$  (단,  $M + N = \text{홀수}$ )이다.

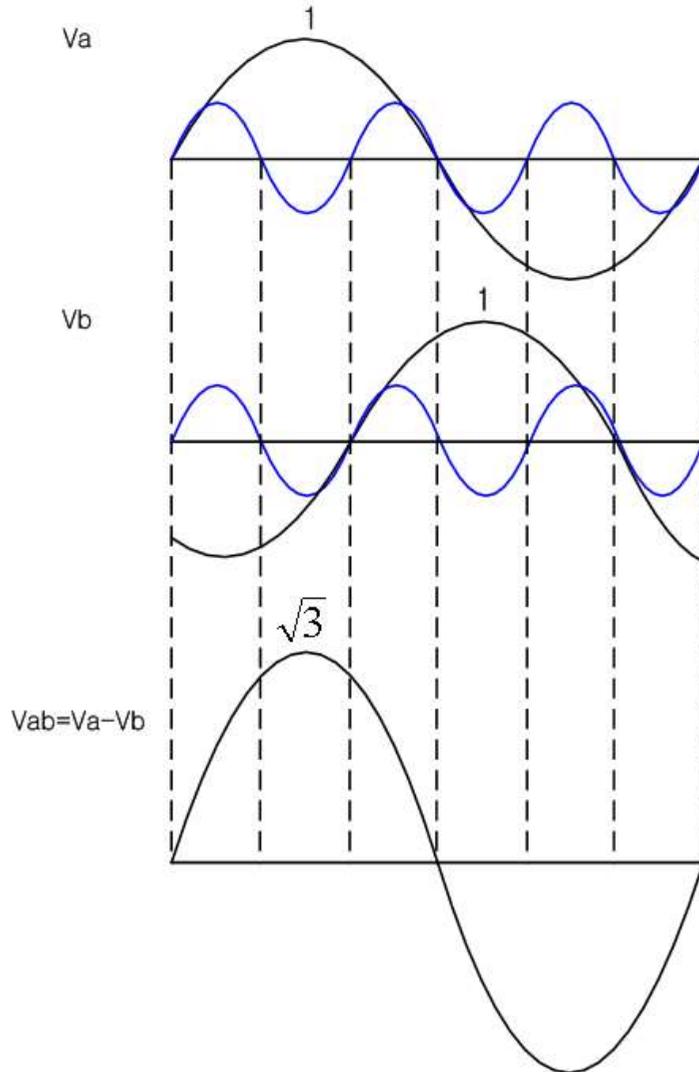
• 임의의 두 상의 고조파성분은 서로  $(120 \times h)^\circ$  만큼의 위상차를 갖는다. 그러므로,  $h$ 가 3의 배수인 고조파 성분은 서로 동상이 되어 출력선간전압에 나타나지 않는다.

• 3상 정현파 PWM에서는 출력선간전압에 고조파 성분이 최대한 적게 발생하도록, 즉 출력상전압의 더 많은 고조파 성분의 차수가 3의 배수가 되도록  $m_f$ 를 3의 배수 가운데 하나로 정한다.

• 짝수차 고조파는 3상 시스템에 악영향을 미치므로  $m_f$ 는 3의 배수 가운데 홀수인 것으로 한다.

✓ 3상 인버터에서는 출력상전압보다 출력선간전압의 고조파 성분이 중요하다.  
(∵ 출력선간전압의 각 고조파 성분이 부하전류의 고조파 성분 결정)

# 정현파 PWM 제어: 고조파 성분



- $v_a$  와  $v_b$ 는  $120^\circ$  위상차
- $h$ 차 고조파 성분은  $120 \times h$  만큼의 위상차
- $v_{ab} = v_a - v_b$  이므로
- $h$ 가 3의 배수인 고조파 성분은 서로 동상으로 소거된다.
- $m_f$ 는 3의 배수 & 홀수
- $m_f = 3, 9, 15, 21, 27 \dots$

# 정현파 PWM 제어: 고조파 성분

- $m_f$ 의 가 홀수인 3의 배수인 경우 출력선간전압의 고조파 성분

$$m_f = 15$$

$M = 1$	$M = 2$	$M = 3$	$M = 4$
<del><math>m_f</math></del> 15	$2m_f \pm 1$	<del><math>3m_f</math></del> 45	$4m_f \pm 1$
$m_f \pm 2$	<del><math>2m_f \pm 3</math></del> 27,33	$3m_f \pm 2$	<del><math>4m_f \pm 3</math></del> 57,63
$m_f \pm 4$	$2m_f \pm 5$	$3m_f \pm 4$	$4m_f \pm 5$
<del><math>m_f \pm 6</math></del> 9,21	$2m_f \pm 7$	<del><math>3m_f \pm 6</math></del> 39,51	$4m_f \pm 7$
$m_f \pm 8$	<del><math>2m_f \pm 9</math></del> 21,29	$3m_f \pm 8$	<del><math>4m_f \pm 9</math></del> 51,69
...	...	...	...

# 공간벡터 (Space Vector) PWM : SVPWM

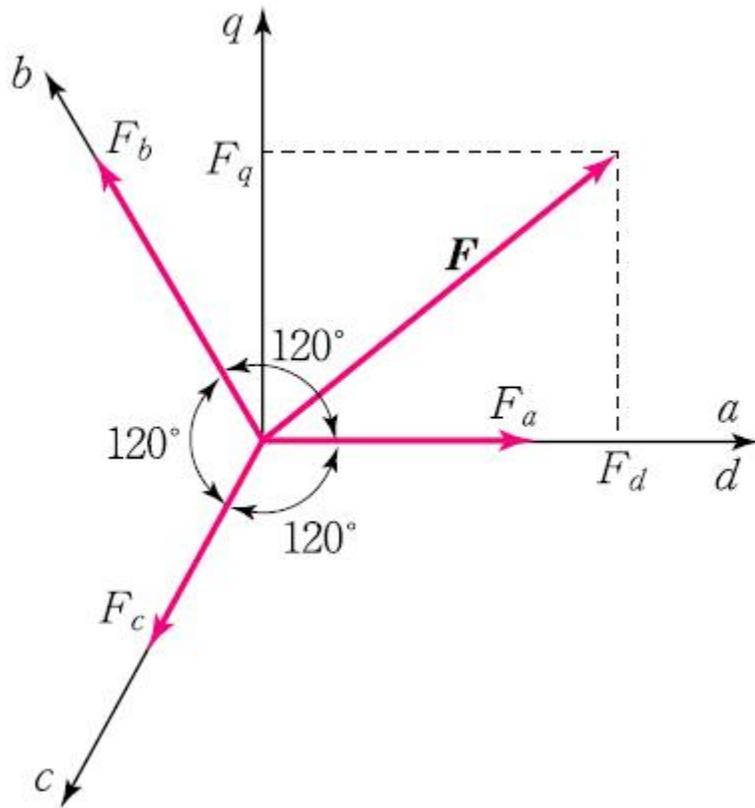
- 공간벡터 PWM (SVPWM)
  - 3상의 6개의 스위치를 한꺼번에 고려하여, 인버터의 스위칭 상태를 미리 계산된 **순서 (sequence)**와 **지속시간 (dwell time)**에 따라 전환해주는 방식
  - 기준이 되는 부하 상전압 (reference voltage)와 각 상의 실제 부하 상전압이 스위치 주기 (switching period) 동안 **평균적**으로 같도록 한다.

## ▪ 공간벡터 PWM vs. 3상 정현파 PWM

3상 정현파 PWM (SPWM)	공간벡터 PWM (SVPWM)
<ul style="list-style-type: none"> <li>➢ 3상의 각 폴을 단상하프브리지 인버터처럼 독립적으로 정현파 PWM 하는 방식</li> <li>➢ 한 상의 스위칭 상태를 결정하는데 다른 상의 스위칭 상태를 고려하지 않음.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➢ 3상의 <b>6개 스위치를 한꺼번에 고려</b>하여 인버터의 스위칭 상태를 이미 계산된 순서와 지속시간에 따라 전환해줌</li> </ul>

# 좌표변환과 공간벡터

- 고정좌표 d-q 변환: 3상  $F_a, F_b, F_c \rightarrow$  직교하는 2상의  $F_d, F_q$ 로 변환 (단, 3상은 평형,  $F_a + F_b + F_c = 0$ )



$$F = F_d + jF_q = \frac{2}{3} \left( F_a + F_b e^{j\frac{2}{3}\pi} + F_c e^{-j\frac{2}{3}\pi} \right)$$

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix}$$

$$F_d = F_a$$

$$\begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix}$$

# 좌표변환과 공간벡터

- 3상의 정현파와 회전하는 벡터의 대응관계

$$F = F_d + jF_q = \frac{2}{3} \left( F_a + F_b e^{j\frac{2}{3}\pi} + F_c e^{-j\frac{2}{3}\pi} \right)$$

$$F_a = V \cos \omega t$$

$$F_b = V \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

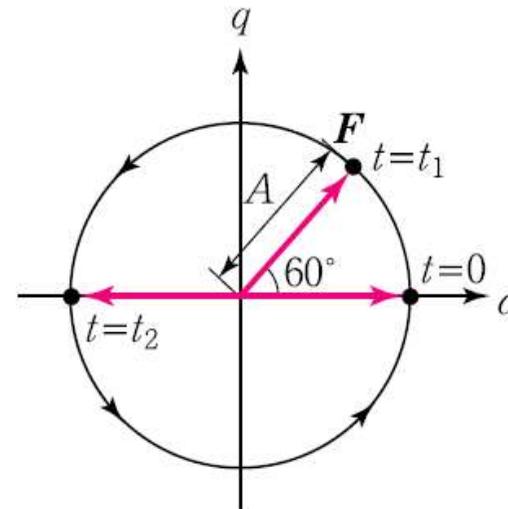
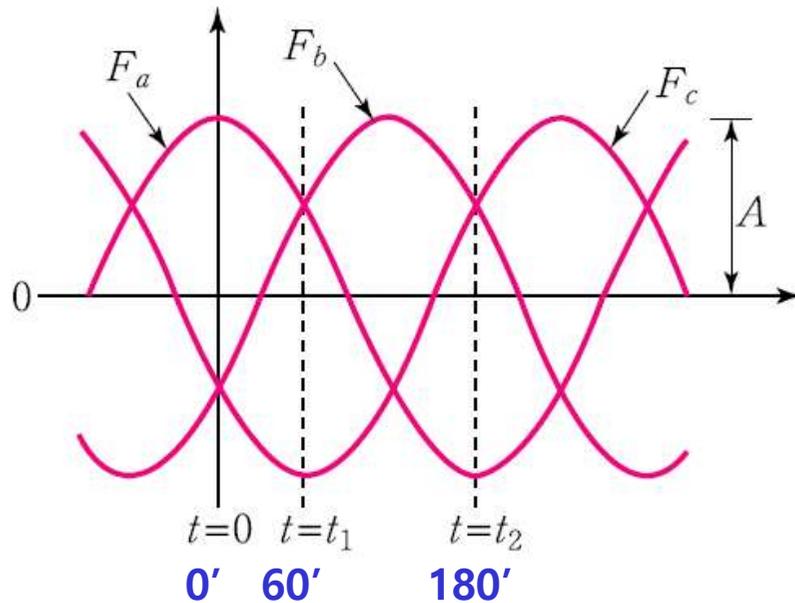
$$F_c = V \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

at  $\omega t = 0'$

$$\begin{aligned} F_a &= V \\ F_b &= -\frac{V}{2} \\ F_c &= -\frac{V}{2} \end{aligned}$$

at  $\omega t = 60'$

$$\begin{aligned} F_a &= \frac{V}{2} \\ F_b &= \frac{V}{2} \\ F_c &= -V \end{aligned}$$



$A=V$  : magnitude invariant

# 좌표변환과 공간벡터

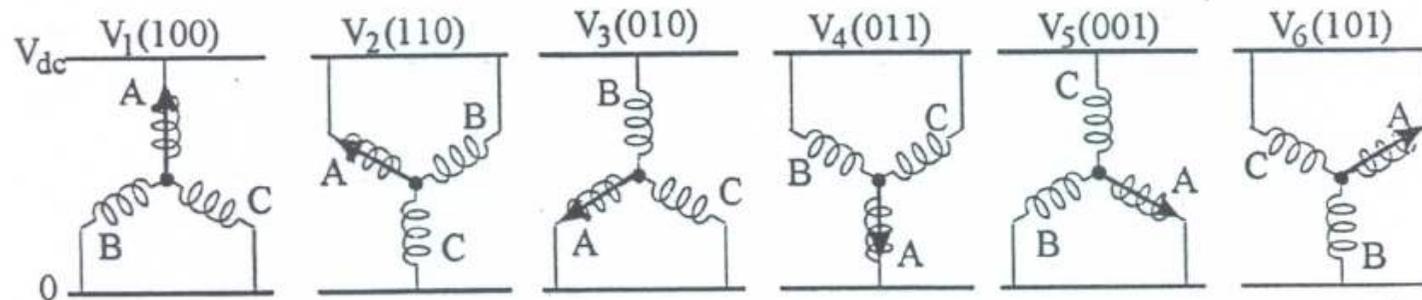
## 3상 인버터의 부하 상전압과 공간벡터

	□□□ □□ $k$	□□□ □□ $[S_1 S_2 S_3]$	□□□□□ $v_{an}$ $v_{bn}$ $v_{cn}$	□□□□ $v_k$ ( $V_k = v_d + jv_q$ ) $v_d$ $v_q$
$V_0$	□	[□□□]□□□ 0	0   0   0	0   0   0
$V_1$	□	[□□□]□□□ $\frac{2}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$ $-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{2}{3}V_{DC}$ 0 $\frac{2}{3}V_{DC}$
$V_2$	□	[□□□]□□□ $\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$ $-\frac{2}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$ $\frac{2}{3}V_{DC}e^{j\frac{\pi}{3}}$
$V_3$	□	[□□□]□□□ $-\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{2}{3}V_{DC}$ $-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$ $\frac{2}{3}V_{DC}e^{j\frac{2\pi}{3}}$
$V_4$	□	[□□□]□□□ $-\frac{2}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$ $\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{2}{3}V_{DC}$ 0 $\frac{2}{3}V_{DC}e^{j\frac{3\pi}{3}}$
$V_5$	□	[□□□]□□□ $\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$ $\frac{2}{3}V_{DC}$	$-\frac{1}{3}V_{DC}$ $-\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$ $\frac{2}{3}V_{DC}e^{j\frac{4\pi}{3}}$
$V_6$	□	[□□□]□□□ $-\frac{1}{3}V_{DC}$	$-\frac{2}{3}V_{DC}$ $\frac{1}{3}V_{DC}$	$\frac{1}{3}V_{DC}$ $-\frac{\sqrt{3}}{3}V_{DC}$ $\frac{2}{3}V_{DC}e^{j\frac{5\pi}{3}}$
$V_7$	□	[□□□]□□□ 0	0   0   0	0   0   0

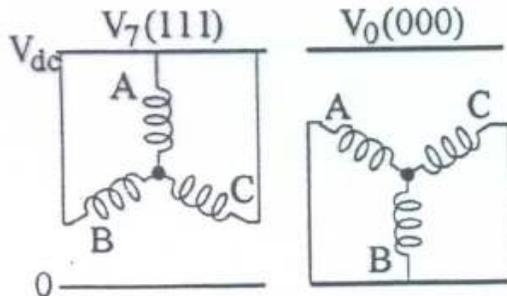
# 좌표변환과 공간벡터

- 3상 인버터의 부하 상전압 크기

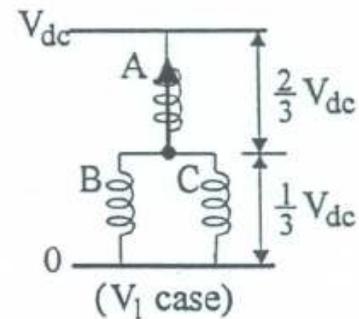
A. Effective Vectors



B. Zero Vectors

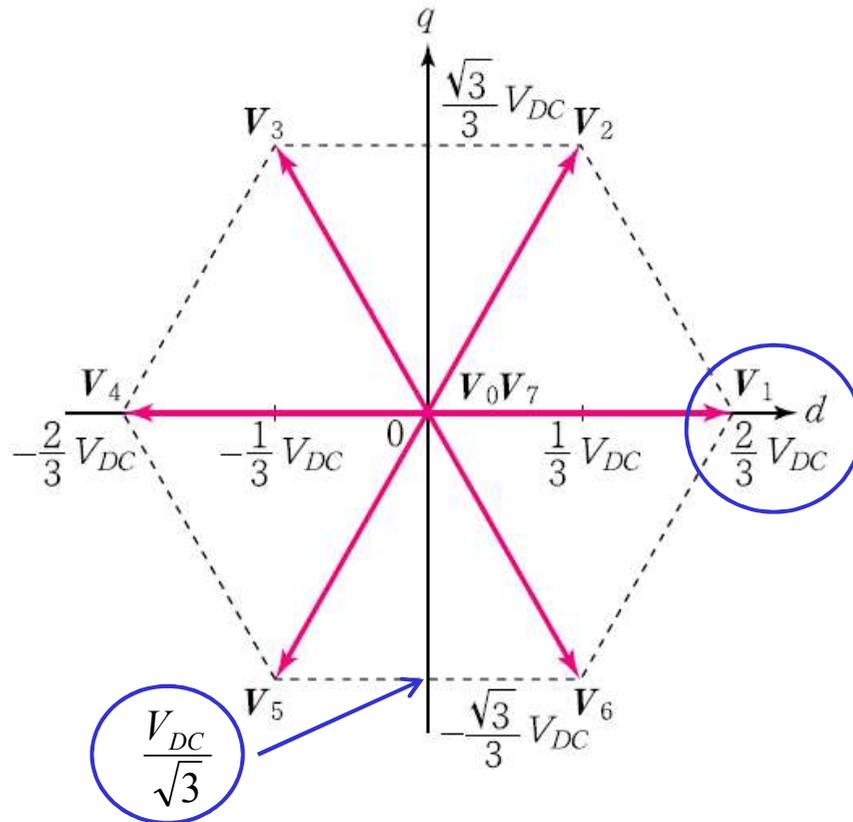


C. Vector Magnitude



# 좌표변환과 공간벡터

- 3상 인버터에서 6개의 스위치를 조작하여 얻을 수 있는 인버터 상태 8개  
 → 공간벡터 (space vector)  $V_1 \sim V_6, V_0$  &  $V_7$



$$V_k = \begin{cases} \frac{2}{3} V_{DC} e^{j \frac{(k-1)\pi}{3}} & k = 1, 2, \dots, 6 \\ 0 & k = 0, 7 \end{cases}$$

$V_1 \sim V_6$  : active vector  
 $V_0, V_7$  : zero vector

- 공간벡터: 3상 인버터에서 부하 상전압을 d-q 변환하여 얻은 벡터

# 공간벡터 PWM

- 기본원리: 일정한 시간 간격  $T_s$  동안 기준 부하 상전압과 인버터의 출력 부하 상전압의 평균적으로 같도록 공간벡터의 종류와 각 공간벡터의 설정

- 기준 부하상전압과 기준벡터

$$\begin{bmatrix} v_{an}^* \\ v_{bn}^* \\ v_{cn}^* \end{bmatrix} = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} m_s \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{d-q 변환}} V^* = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} m_s e^{j\omega t} \quad \omega t = \theta$$

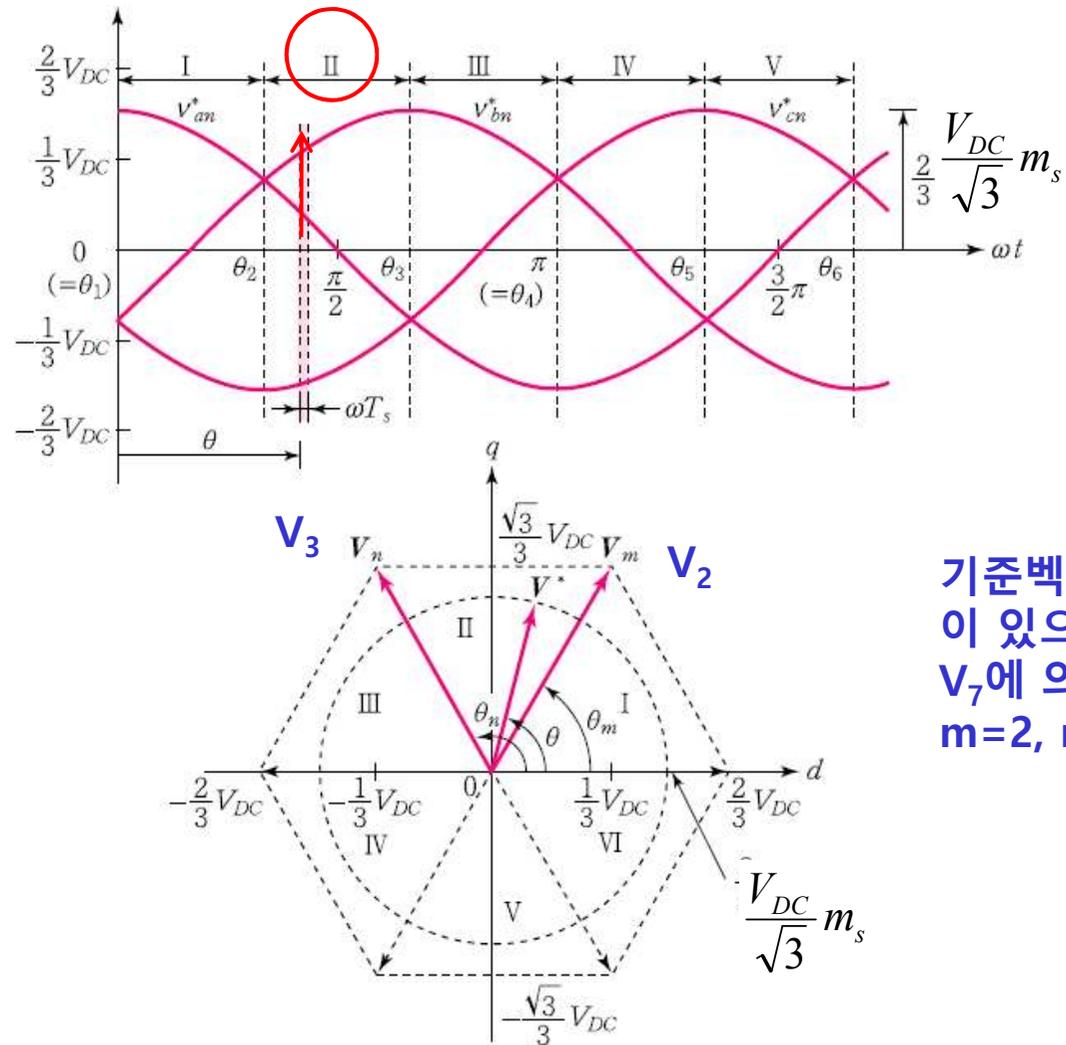
$0 < m_s < 1$

- 선택되는 공간벡터의 종류: 기준벡터  $V^*$  에 가장 인접한 세 벡터 ( $V_m, V_n, V_z$ , 여기서  $m < n, z = 0, 7$ )

- 선택된 공간벡터의 지속시간:  $d_m T_s, d_n T_s, d_z T_s$

$$(d_m \quad d_n \quad d_z) = \left( \frac{t_m}{T_s} \quad \frac{t_n}{T_s} \quad \frac{t_z}{T_s} \right)$$

# 공간벡터 PWM



기준벡터  $V^*$ 는 sector II  
이 있으며,  $V_2, V_3, V_0$  or  
 $V_7$ 에 의해 합성된다.  
 $m=2, n=3$

# 공간벡터 PWM

▪ 공간벡터의 지속시간 비율 (  $d_m, d_n, d_z$  )의 계산:

- $T_s$  동안  $V^*$  는 일정하다고 가정  
( $\because$  스위칭 주파수  $f_s (=1/T_s) \gg$  인버터주파수  $f (=1/T = \omega/2\pi)$  )

$$\frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} V^* dt = \frac{1}{T_s} \left( \int_t^{t+t_m} V_m dt + \int_{t+t_m}^{t+t_m+t_n} V_n dt + \int_{t+t_m+t_n}^{t+T_s} V_z dt \right)$$

$T_s$  동안  $V^*$  의 평균

$T_s$  동안 인접한 세 공간벡터의 평균

$$\longrightarrow T_s V^* = t_m V_m + t_n V_n \quad \text{단, } T_s = t_m + t_n + t_z$$

또는

$$V^* = d_m V_m + d_n V_n \quad \text{단, } 1 = d_m + d_n + d_z$$

# 공간벡터 PWM

$$V^* = d_m V_m + d_n V_n \quad \text{단, } 1 = d_m + d_n + d_z \quad : \text{ 벡터형식}$$

$$\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} m_s e^{j\theta} = d_m \frac{2}{3} V_{DC} e^{j\theta_m} + d_n \frac{2}{3} V_{DC} e^{j\theta_n}$$

실수부와 허수부를 각각 같게 놓아 행렬식으로 정리하면,  $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} m_s \cos \theta \\ m_s \sin \theta \end{bmatrix} = \frac{2V_{DC}}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_m & \cos \theta_n \\ \sin \theta_m & \sin \theta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_m \\ d_n \end{bmatrix}$$

$$d_m = \frac{\sqrt{3}}{2} m_s \frac{\sin(\theta_n - \theta)}{\sin(\theta_n - \theta_m)} = \frac{\sqrt{3}}{2} m_s \frac{\sin(\theta_n - \theta)}{\sin(60^\circ)}$$

$V_m$  인가시간 =  $d_m T_s$

$$d_n = \frac{\sqrt{3}}{2} m_s \frac{\sin(\theta - \theta_m)}{\sin(\theta_n - \theta_m)} = \frac{\sqrt{3}}{2} m_s \frac{\sin(\theta - \theta_m)}{\sin(60^\circ)}$$

$V_n$  인가시간 =  $d_n T_s$

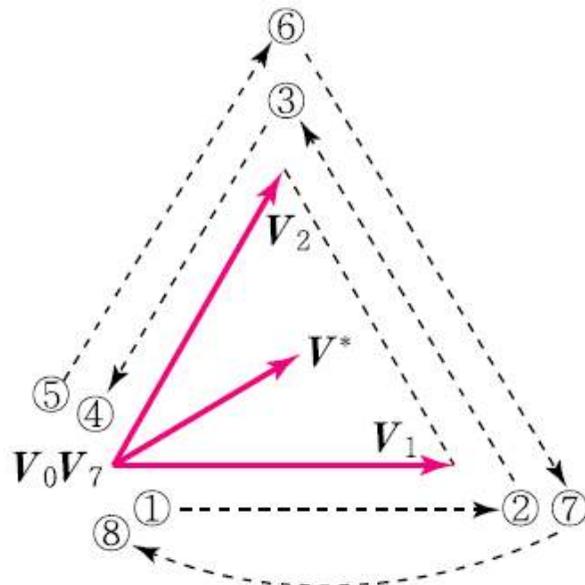
$$d_z = 1 - (d_m + d_n)$$

Zero vector 인가시간

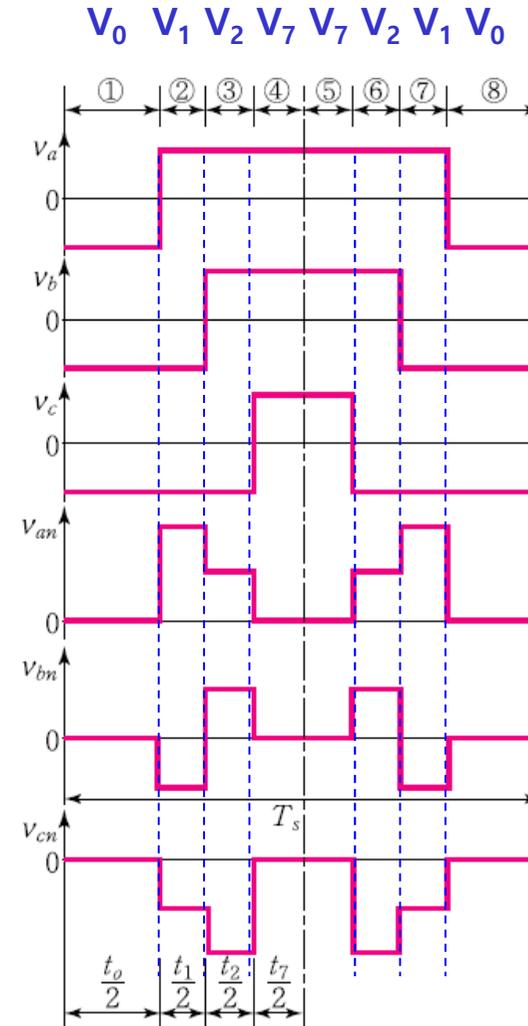
# 공간벡터 PWM

- 인접한 3개 공간벡터의 선택 순서:

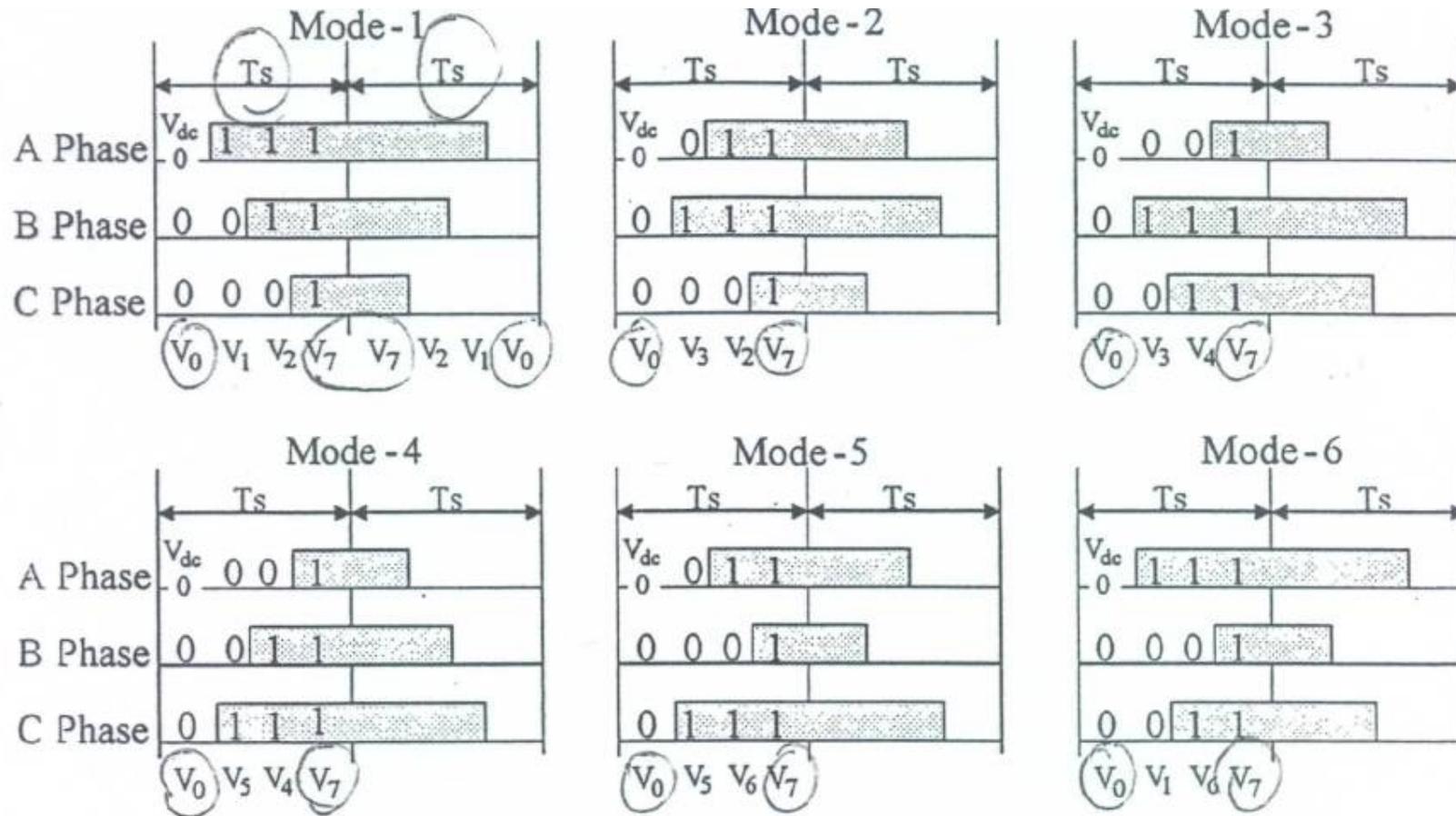
- Active vector ( $V_1 \sim V_6$ ) :  $V^*$ 의 angle  $\theta$  결정
- Zero vector ( $V_0, V_7$ ) :  $V^*$ 의 크기 결정
- 한 주기  $T_s$ 내에서 zero vector 인가시간  $T_z$ 를  $\frac{1}{2}$ 로 나누어  $V_0$ 와  $V_7$ 에 인가한다.
- 매주기마다 시작하는 zero vector  $V_0$  or  $V_7$ 을 바꾸어서 최소의 스위칭이 발생하도록 한다.



$V_1$  (100),  $V_2$  (110)  $V_0$  (000),  $V_7$  (111)



# 공간벡터 PWM 스위칭 패턴



$V_0$  zero vector에서 시작하여  $V_0$ 에서 끝나도록 active vector 의 순서를 정한다.

# 공간벡터 PWM

## ▪ 기본파의 크기

- 공간벡터 PWM에서 부하상전압의 기본파 성분은 기준 부하상전압과 같다.
- 기준벡터의 최대 크기는 기준벡터 궤적이 6각형에 내접하는 원이 될 때이다.



- 공간벡터 PWM 제어되는 인버터에서 부하상전압의 기본파의 최대 실효값:

$$V_{PN(1),\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} V_{DC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}$$

- 공간벡터 PWM 제어할 때 기본파의 최대 실효값은 6-스텝 제어될 때의 **90.7%**에 해당하며, 이는 정현파 PWM 시 부하상전압의 기본파 성분이 6-스텝 제어될 때의 78.6%에 지나지 않았던 것에 비추어볼 때, **1.15배 증가한 값**이다.

6 스텝 상전압 (실효치) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2V_{DC}}{\pi}$$

SPWM 상전압 (실효치) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_{DC}}{2}$$